

## Un paseo matemático por Egipto.

M<sup>a</sup> del Mar Torres Segura.

Las matemáticas son tan antiguas como la propia humanidad. Ya las encontramos en los diseños prehistóricos de cerámica, tejidos y en las pinturas rupestres (donde se pueden encontrar evidencias del sentido geométrico y del interés en figuras geométricas). Los sistemas de cálculo primitivos están basados, seguramente, en el uso de los dedos de una o dos manos, lo que resulta evidente por la gran abundancia de sistemas numéricos en los que las bases son los números 5 y 10.

Las matemáticas empiezan con el conteo. Sin embargo, no es razonable sugerir que el conteo de la antigüedad era matemáticas. Se puede decir que las matemáticas empiezan solamente cuando se empezó a llevar un registro de ese conteo y, por ello, se tuvo alguna representación de los números.

Las primeras referencias a matemáticas avanzadas y organizadas datan del tercer milenio a.C. en Babilonia y Egipto. Estas matemáticas estaban dominadas por la aritmética, con cierto interés en medidas y cálculos geométricos y sin mención de conceptos matemáticos como los axiomas o las demostraciones.

La información disponible sobre la civilización desarrollada a lo largo del Nilo es lo suficientemente fiable como para ser considerada la primera civilización que alcanzó un cierto desarrollo matemático.

El Antiguo Egipto es la mayor civilización tecnológica de la antigüedad. Los conocimientos científicos de los egipcios, su medicina, sus construcciones y su refinamiento siguen sorprendiendo y atrayendo.

Tenían unos conocimientos matemáticos considerablemente avanzados. Sin llegar a la madurez que más adelante tendrían los griegos, los egipcios supieron solucionar los problemas que se les planteaban: tras la inundación anual del Nilo, las lindes desaparecían y tenían que volverlas a marcar, las construcciones (pirámides, templos, ...), el comercio, los repartos, ...

La agricultura egipcia había tenido un gran desarrollo haciendo uso de los periodos húmedos y secos del año. El Nilo se desbordaba durante la estación lluviosa, proporcionando una fértil tierra que, complejos sistemas de irrigación fertilizaban para el crecimiento de los cultivos. El conocer cuándo iba a llegar la estación lluviosa era vital y el estudio de la astronomía se desarrolló para proporcionar información del calendario.

A medida que esta sociedad se hacía más compleja, se requería mantener los registros y hacer los cálculos cuando la gente intercambiaba sus bienes. Surgió una necesidad de contar y, por tanto, de la escritura y los números eran necesarios para registrar las transacciones.

La numeración egipcia permitía la representación de números mayores que un millón. Los egipcios disponían de dos sistemas de numeración: el jeroglífico y el hierático.

El jeroglífico era aditivo, no posicional y en base 10. Éste consistía en denominar cada uno de los “números clave” (1,10, 100, 1000, 10000...) por un símbolo: un palo para el 1; un arco para el 10; un lazo para el 100; una flor de loto para el 1000; un dedo para el 10000;... Para representar un número se incluían estos símbolos escribiéndolos, normalmente de izquierda a derecha, y representando tantos de cada uno como unidades tuviese el número. El jeroglífico empleado para un millón se utilizaba también para designar el concepto de infinito y de mucho. Un sistema de numeración posterior a este, pero de características similares, sería el sistema de numeración romano. También crearon fracciones, pero sólo como divisores de la unidad, esto es, de la forma

1/n; el resto de fracciones se expresaban siempre como combinaciones de éstas y con ellas conseguían hacer cálculos fraccionarios de todo tipo.

Los escribas, para realizar los documentos de tipo administrativo, astronómico, etc, fueron simplificando el trazo hasta obtener los denominados signos hieráticos.

El hierático era utilizado por los escribas. Es también decimal aunque no aditivo, sino que se trata de un sistema de numeración codificado, que incluye símbolos para las 9 unidades, 9 decenas, 9 centenas, etc.

Alrededor del 3000 a.C., los egipcios ya habían desarrollado su escritura jeroglífica. Este hecho marca el principio del periodo del Imperio Antiguo durante el cual se construyeron las pirámides. Por ejemplo, la Gran Pirámide de Gizeh fue construida alrededor del 2650 a.C. y es un notable logro de ingeniería. Esta es la indicación más clara de que la sociedad de aquel periodo había alcanzado un alto nivel de desarrollo.

Los jeroglíficos para la escritura y el cálculo cedieron el paso a la escritura hierática, tanto para escribir como para contar.

Los sistemas numéricos egipcios no estaban bien preparados para los cálculos aritméticos. El sistema egipcio tenía inconvenientes similares para sumar, multiplicar y dividir que los números romanos. Sin embargo, los egipcios eran muy prácticos en su método matemático y su comercio requería que se pudieran tratar con las fracciones. El comercio también requería que fuese posible la multiplicación y la división, por lo que idearon métodos admirables para vencer las deficiencias de los sistemas numéricos con los que tenían que trabajar.

Sus cálculos no eran abstractos, buscaban lo más práctico aunque no tuvieran la resolución y la reflexión teórica que después alcanzarían los griegos. Al contrario que a los matemáticos griegos, no les preocupó la resolución teórica ni la reflexión sobre problemas matemáticos (numéricos, aritméticos o geométricos), sino su inmediata aplicación práctica. Pero, sin embargo, fueron precursores. Los más importantes matemáticos griegos viajaron por Egipto y Babilonia aprendiendo de estos pueblos.

Para sumar números, se sumaban por separado las unidades, las decenas, las centenas,... de cada número. La multiplicación estaba basada en duplicaciones sucesivas y la división era el proceso inverso. El método empleado para la división es realmente curioso. Se basa en la multiplicación y siempre se obtenían cantidades enteras o fracciones exactas. No podemos asegurar que desconociesen el resto, pero no tenemos pruebas de divisiones en las que aparezca.

Utilizando este sistema, los egipcios fueron capaces de resolver problemas aritméticos con fracciones, así como problemas algebraicos elementales.

Algebraicamente se resuelven determinadas ecuaciones de la forma  $x+a=b$ , donde la incógnita  $x$  se denominaba "montón".

Como ya se ha mencionado antes, los conocimientos geométricos de los egipcios también eran considerables. Sin dichos conocimientos no habrían podido construir las pirámides o medir las tierras. Su geometría fue la precursora de la potente geometría griega.

En Egipto, año tras año, el Nilo inundaba los campos, destruyendo las lindes trazadas. Cuando las aguas volvían a su cauce, los agrimensores debían trazar de nuevo los límites de las propiedades de cada propietario. Dominaban perfectamente los triángulos gracias a los agrimensores. Los agrimensores trazaban líneas perpendiculares sobre el terreno utilizando una cuerda de 12 nudos equidistantes. Con este método dibujaban en el suelo triángulos rectángulos de lados 3, 4 y 5. Es decir, los egipcios ya conocían la relación entre la hipotenusa y los catetos en un triángulo rectángulo.

Utilizaban el más tarde conocido como Teorema de Pitágoras, pero de forma práctica, no sabían demostrarlo.

Encontraron las reglas correctas para calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios y el volumen de figuras como ortoedros, cilindros y, por supuesto, pirámides. Para calcular el área de un círculo, los egipcios utilizaron un cuadrado de lado el diámetro del círculo, encontrando un valor muy cercano al que se obtiene utilizando la constante pi. Los egipcios encontraron una aproximación del número pi de 3,1605.

Los primeros números jeroglíficos pueden encontrarse en los templos, monumentos de piedra y vasijas. Aportan poca información sobre cualquier cálculo matemático que pudiera hacerse con los sistemas numéricos. Mientras que estos jeroglíficos fueron grabados en la piedra no hubo necesidad de desarrollar símbolos que pudieran ser escritos con más rapidez. Sin embargo, una vez que los egipcios comenzaron a usar hojas aplanadas de caña de papiro desecada como “papel” y la punta de una caña como “pluma”, hubo una razón para desarrollar métodos más rápidos de escritura. Esto impulsó el desarrollo de la escritura de los números hieráticos.

Debe haber habido un gran número de papiros, muchos tratando sobre matemáticas de una forma u otra, pero casi todos ellos han desaparecido. Algunos de ellos han sobrevivido como el papiro Rhind y el papiro de Moscú, con una traducción en escritura hierática. Es a partir de estos dos documentos de los que nos ha llegado la mayor parte de nuestro conocimiento de las matemáticas egipcias.

El papiro Rhind se llama así por el egiptólogo escocés A. Henry Rhind que lo compró en 1858. Fue escrito alrededor de 1650 a.C. por el escriba Ahmes, que hace constar que está copiando un documento que es 200 años más antiguo. El papiro original en el que se basa el papiro Rhind data por consiguiente de alrededor de 1850 a.C. Últimamente es más común llamar al papiro de Rhind como Ahmes mejor que como Rhind ya que parece más justo nombrarlo por el escriba que por el hombre que lo compró.

El papiro de Moscú también data de este tiempo aunque el escriba que lo redactó no registró su nombre.

El papiro Rhind contiene 87 problemas mientras que el papiro de Moscú contiene 25. Los problemas son en su mayoría prácticos pero unos cuantos están planteados para enseñar la manipulación del sistema numérico mismo sin una aplicación práctica en mente.

Por ejemplo, los primeros seis problemas del papiro Rhind plantean cómo dividir  $n$  barras de pan entre 10 hombres donde  $n=1$  para el Problema 1,  $n=2$  para el Problema 2,  $n=6$  para el Problema 3,  $n=7$  para el Problema 4,  $n=8$  para el Problema 5 y  $n=9$  para el Problema 6. Claramente aquí están implicadas las fracciones y, de hecho, 81 de los 87 problemas implican operar con fracciones.

Algunos problemas piden la solución de una ecuación. Por ejemplo, el Problema 26: “Una cantidad añadida a un cuarto de esa cantidad suma 15. ¿Cuál es esa cantidad?”. Otros problemas implican series geométricas como el problema 64: “Dividir 10 hekats de cebada entre 10 hombres de forma que cada uno obtenga  $1/8$  de hekat más que el anterior”.

Otros implican a la geometría, como el Problema 50: “Un campo redondo tiene un diámetro de 9 khet. ¿Cuál es su área?”. El papiro de Moscú también contiene problemas geométricos.

Hay autores que dan algunas de las medidas de la Gran Pirámide de Gizeh que hacen creer que fue construida con ciertas constantes matemáticas en la mente. El ángulo entre la base y una de sus caras es de  $51^{\circ}50'35''$ . La secante de éste ángulo es 1,61806 que es asombrosamente cercana a la razón áurea: 1,618034. No es que los

egipcios conocieran la función secante, pero ésta es la razón entre la altura de la cara inclinada y la mitad de la longitud del lado de la base cuadrada. Por otra parte, la cotangente del ángulo  $51^{\circ}50'35''$  está muy cercana a  $n/4$ . De nuevo nadie cree que los egipcios hubiesen inventado la cotangente, pero de nuevo es la proporción de los lados la que se cree que fue hecha para encajar en este número. Debe haber algún tipo de relación entre la razón áurea y  $n$  para que estas afirmaciones sean al menos numéricamente precisas. De hecho, hay una coincidencia numérica: la raíz cuadrada de la razón áurea por  $n$  es casi 4, de hecho este producto es 3,996168.

Finalmente, examinemos algunos detalles del primitivo calendario egipcio. Como mencionamos antes, era importante para los egipcios saber cuándo crecería el Nilo y esto requería cálculos del calendario. El inicio del año era elegido por el ascenso heliaco de Sirio, la estrella más brillante del cielo. El ascenso heliaco es la primera aparición de la estrella tras el periodo en que está demasiado cercana al Sol para ser vista. Para Sirio, esto ocurre en Julio y fue tomado como el inicio del año. El Nilo crecía poco después de esto, por lo que era un inicio natural del año. El ascenso heliaco de Sirio diría a la gente que se preparase para las inundaciones. El año se computaba con 365 días y esto se sabía con certeza desde el 2776 a.C. Este valor fue usado para un calendario civil para fechas de empadronamiento. El calendario egipcio, aunque ha cambiado mucho a lo largo del tiempo, fue la base para los calendarios Juliano y Gregoriano.